TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

Contenido:

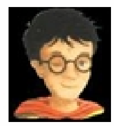
1. Introducción a la Dinámica.
2. Movimiento rectilíneo de partículas.
3. Expresiones generales para la determinación del movimiento de una partícula.
4. MRU y MRUA.
5. Movimiento de un proyectil.
6. Movimiento curvilíneo de partículas: Vectores de posición, velocidad y aceleración.
   - 6.1 Componentes Rectangulares.
   - 6.2 Componentes Tangencial y Normal.
   - 6.3 Componentes Radial y Transversal.
   - 6.4 Generalización del movimiento de una partícula en el espacio (Coordenadas cilíndricas).
7. Movimiento de varias partículas.

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en componentes Tangencial y Normal

Algunas veces es conveniente definir la velocidad y aceleración de una partícula utilizando componentes en las direcciones ***tangencial*** y ***normal*** a la trayectoria de la partícula.

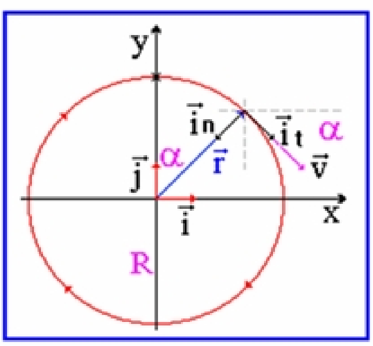
Esto es porque la velocidad de una partícula, es un vector tangente a la trayectoria, pero en general la aceleración no lo es, así que resulta útil transformar el vector aceleración en componentes dirigidas a lo largo de la tangente y normal a la curva descrita por la partícula.

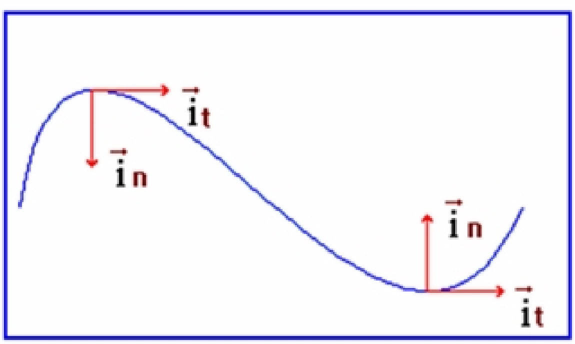


UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Tangencial y Normal

a. Movimiento de una partícula en el plano

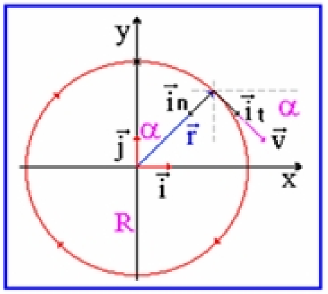


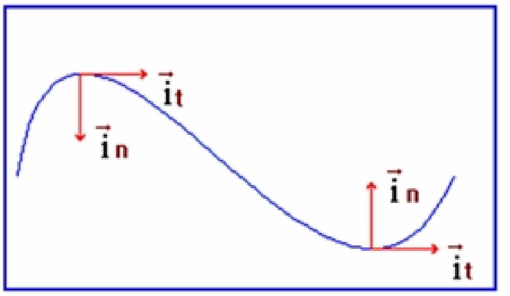


VECTOR DE POSICIÓN $\bar{r} = -r\bar{i}_n$

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Tangencial y Normal

a. Movimiento de una partícula en el plano





VECTOR VELOCIDAD $\overline{V} = v\bar{i}_t$

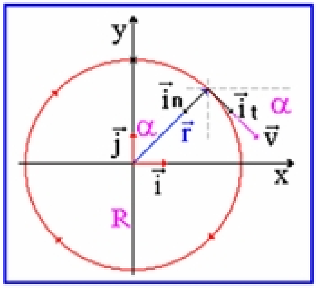
Donde $\bar{i}_t$ es el vector unitario en la dirección *Tangencial*.

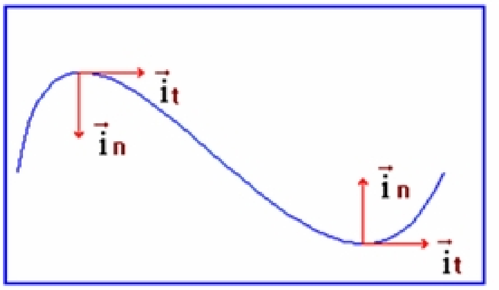
Cómo es el vector de la dirección *Normal*, y cuál es su módulo?

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Tangencial y Normal

a. Movimiento de una partícula en el plano





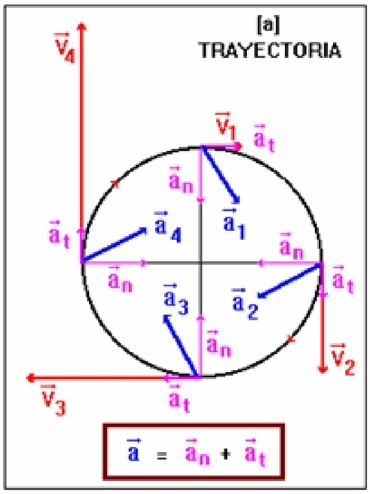
$\frac{d\bar{i}_t}{d\theta} = \bar{i}_n \longrightarrow$ Vector unitario en la dirección <u>Normal</u>

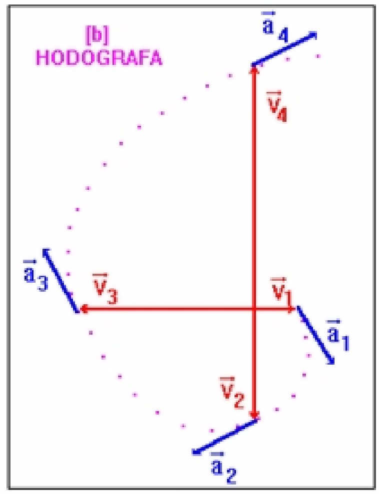
$\bar{i}_t \longrightarrow$ Vector unitario en la dirección <u>Tangencial</u>

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Tangencial y Normal

a. Movimiento de una partícula en el plano

VECTOR ACELERACIÓN





ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

Sustituyendo en la aceleración: $\boxed{\bar{a} = \frac{dv}{dt}\bar{i}_t + v\frac{d\bar{i}_t}{dt}}$

$$\bar{a} = \dot{v}\,\bar{i}_t + v\frac{v}{\rho}\bar{i}_n$$

$$\boxed{\bar{a} = \dot{v}\,\bar{i}_t + \frac{v^2}{\rho}\bar{i}_n}$$

$a_t = \dot{v} \rightarrow$ Aceleración tangencial (Puede ser de valor positivo o negativo)

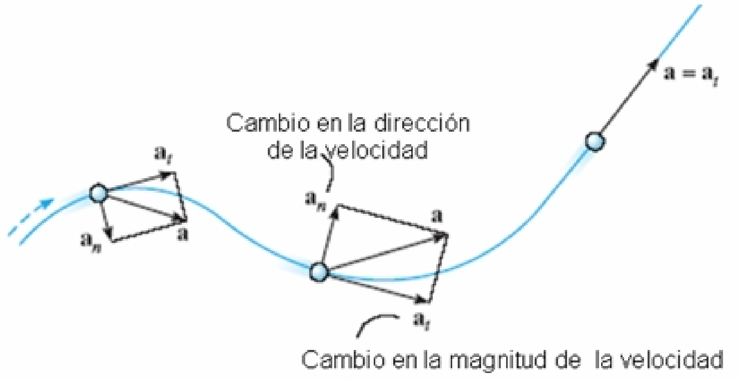
$a_n = \frac{v^2}{\rho} \rightarrow$ Aceleración Normal (Siempre positiva)

Magnitud de la aceleración: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

Observaciones:

Considerando dos casos especiales, uno donde la partícula se mueve a lo largo de una línea recta y otro donde se mueve por una curva con rapidez constante:



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

Observaciones:

Si la ecuación de la curva plana está dada en coordenadas cartesianas: y = f(x), el radio de curvatura es:

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

Tarea: Investigar otras expresiones para el cálculo del radio de curvatura, en función de la velocidad y la aceleración de la partícula.

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

6.2 Movimiento curvilíneo de partículas en componentes Tangencial y Normal

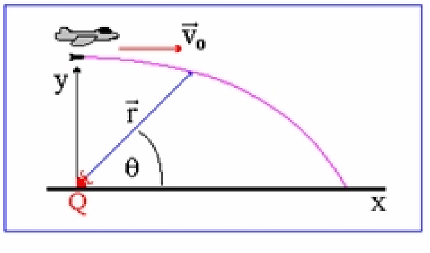
RESUMEN

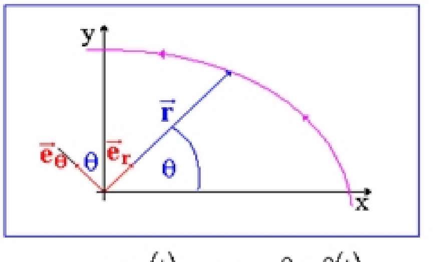
$$\bar{r} = -r\,\bar{i}_n$$
$$\bar{V} = v\,\bar{i}_t$$
$$\bar{a} = \dot{v}\,\bar{i}_t + \frac{v^2}{\rho}\,\bar{i}_n$$

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal

Podemos escribir los vectores velocidad y aceleración en función de dos componentes: una, paralela o en la dirección del radio de la trayectoria llamada ***componente radial***, y la otra, perpendicular al radio en el punto estudiado, llamada ***componente transversal***.

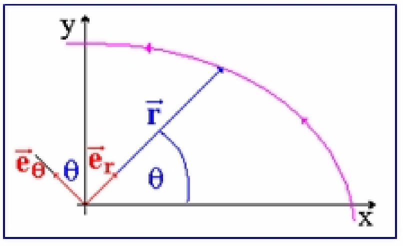




$$r = r(t) \quad y \quad \theta = \theta(t)$$

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal



$\bar{i}_r$: Vector unitario en la dirección radial

$\bar{i}_\theta$: Vector unitario en la dirección transversal

$$\bar{i}_r = \cos\theta\,\bar{i} + sen\,\theta\,\bar{j}$$

$$\bar{i}_\theta = -sen\,\theta\,\bar{i} + \cos\theta\,\bar{j}$$

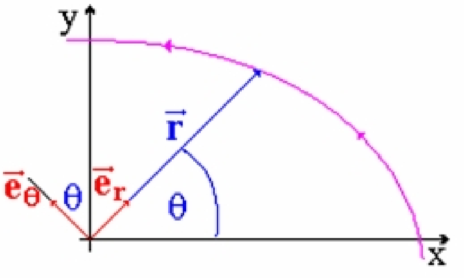
$$\frac{d\bar{i}_r}{d\theta} = -sen\,\theta\,\bar{i} + \cos\theta\,\bar{j} \Rightarrow \boxed{\frac{d\bar{i}_r}{d\theta} = \bar{i}_\theta}$$

$$\frac{d\bar{i}_\theta}{d\theta} = -\cos\theta\,\bar{i} - sen\,\theta\,\bar{j} \Rightarrow \boxed{\frac{d\bar{i}_\theta}{d\theta} = -\bar{i}_r}$$

6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal

VECTOR POSICIÓN

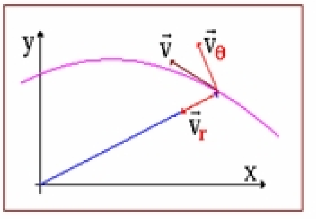
$$\boxed{\bar{r} = r\,\bar{i}_r}$$



6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal

VECTOR VELOCIDAD

$$\boxed{\overline{V} = \dot{r}\,\bar{i}_r + r\,\dot{\theta}\,\bar{i}_\theta}$$



$$Vr = \dot{r} \rightarrow$$ Velocidad radial.

$$V_\theta = r\,\dot{\theta} \rightarrow$$ Velocidad transversal.

$$\dot{\theta} = \left[s^{-1} = \frac{rad}{s} \right] \rightarrow$$ Velocidad Angular.

$$V = \sqrt{Vr^2 + V\theta^2}$$

Vr representa la variación de la magnitud con respecto al tiempo.
$V\theta$ representa la variación de la dirección del movimiento de la partícula.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal

VECTOR ACELERACIÓN

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

Recordando que $\overline{V} = \dot{r}\,\bar{i}_r + r\,\dot{\theta}\,\bar{i}_\theta$

$$\bar{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 \right)\bar{i}_r + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta} \right)\bar{i}_\theta$$

$$a_r = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 \right) \rightarrow$$ Aceleración Radial

$$a_\theta = \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta} \right) \rightarrow$$ Aceleración Transversal

6.3 Movimiento curvilíneo de partículas en Componentes Radial y Transversal

RESUMEN

$$\bar{r} = r\,\bar{i}_r$$

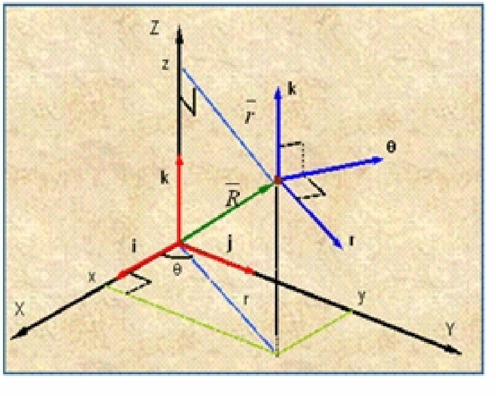
$$\bar{V} = \dot{r}\,\bar{i}_r + r\,\dot{\theta}\,\bar{i}_\theta$$

$$\bar{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)\bar{i}_r + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta}\right)\bar{i}_\theta$$

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.4 Generalización del movimiento de una partícula en el espacio (Coordenadas cilíndricas)

Vectores unitarios en Coordenadas Cilíndricas:



Para este caso se considerará el movimiento adicional en el eje z perpendicular al plano de coordenadas (r,θ).

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

6.4 Generalización del movimiento de una partícula en el espacio (Coordenadas cilíndricas)

VECTOR POSICIÓN

$$\boxed{\overline{R} = r\,\overline{i}_r + z\,\overline{k}}$$

VECTOR VELOCIDAD

$$\overline{v} = \frac{d\overline{R}}{dt} = \dot{r}\,\overline{i}_r + r\,\dot{\theta}\,\overline{i}_\theta + \dot{z}\,\overline{k}$$

$$\overline{v} = v_r\,\overline{i}_r + v_\theta\,\overline{i}_\theta + v_z\,\overline{k}$$

V_r, V_θ y V_z son las componentes escalares de en las direcciones radial, transversal y axial respectivamente.

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

6.4 Generalización del movimiento de una partícula en el espacio (Coordenadas cilíndricas)

VECTOR ACELERACIÓN

$$\overline{a} = \frac{d\overline{v}}{dt} \qquad \overline{v} = \dot{r}\,\overline{i}_r + r\,\dot{\theta}\,\overline{i}_\theta + \dot{z}\,\overline{k}$$

$$\overline{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overline{i}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\overline{i}_\theta + \ddot{z}\,\overline{k}$$

$$\overline{a} = a_r\,\overline{i}_r + a_\theta\,\overline{i}_\theta + a_z\,\overline{k}$$

a_r, a_θ y a_z son las componentes escalares de en las direcciones radial, transversal y axial respectivamente.

ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO

6.4 Generalización del movimiento de una partícula en el espacio (Coordenadas cilíndricas)

RESUMEN

$$\bar{R} = r\bar{i}_r + z\bar{k}$$

$$\bar{v} = v_r\bar{i}_r + v_\theta\bar{i}_\theta + v_z\bar{k} \qquad \bar{v} = \dot{r}\,\bar{i}_r + r\dot{\theta}\,\bar{i}_\theta + \dot{z}\,\bar{k}$$

$$\bar{a} = a_r\bar{i}_r + a_\theta\bar{i}_\theta + a_z\bar{k} \qquad \bar{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\bar{i}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\bar{i}_\theta + \ddot{z}\,\bar{k}$$

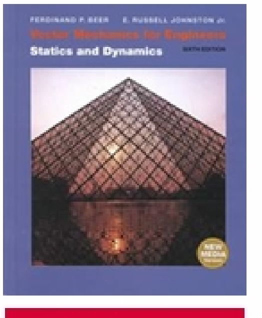
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA RACIONAL 20 – TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA

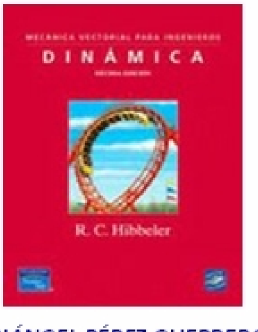
BIBLIOGRAFÍA

FERDINAND P. BEER Y E. RUSSELL JOHNSTON.
MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS. DINAMICA.
MCGRAW-HILL

R.C. HIBBELER
MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS. DINÁMICA.
DECIMA EDICION. PEARSON, PRENTICE HALL.

RAMON PUELLO
LECCIONES ELEMENTALES DE DINAMÍCA.
FACULTAD DE INGENIERÍA. ULA.





ING. MARIÁNGEL PÉREZ GUERRERO